

Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии:  
по материалам международной конференции «Диалог 2016»

Москва, 1–4 июня 2016

## ЕСТЕСТВЕННЫЙ ЯЗЫК И ЯЗЫК ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЧЕРТЕЖЕЙ

**Крейдлин Г. Е.** (gekr@iitp.ru),  
**Шабат Г. Б.** (george.shabat@gmail.com)

Российский государственный гуманитарный  
университет, Москва, Россия

В статье рассматриваются проблемы взаимодействия естественного языка и его аналога — естественно-подобного языка геометрии с языком геометрических чертежей в двух областях интеллектуальной деятельности. Это (1) синтез и анализ текстов на естественном языке и соответствующих ему невербальных знаковых кодов и (2) устная и письменная мультимодальная коммуникация. анализируются языковые и, шире, семиотические особенности рассматриваемых языков. Утверждается, что более глубокое понимание геометрических фактов и проблем достигается при одновременном хорошем владении обоими языками.

**Ключевые слова:** естественный язык, невербальный знаковый код, мультимодальная коммуникация, геометрия, чертёж, понимание

## THE NATURAL LANGUAGE AND THE LANGUAGE OF GEOMETRIC SKETCHES

**Kreydlin G. E.** (gekr@iitp.ru),  
**Shabat G. B.** (george.shabat@gmail.com)

The Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia

The paper deals with the problems of interaction between the natural language together with its analogue—the natural-like language of geometry — and the language of geometric sketches within the two domains of intellectual activities. These are (1) synthesis and analysis of the natural language

texts together with the corresponding non-verbal signs, and (2) oral and written multimodal communicative acts. Some linguistic (morphologic, syntactic and semantic) as well as semiotic peculiarities (the use of special signs, font markup, color, etc.) of the languages are discussed. The correspondence between some fragments of the natural-like language of geometry and some sketches is established. The problem of the representations of logical connectives and quantifiers in the sketches is partially solved by constructing the sketch analogs of the natural-like units and their combinations. It is stated that the more profound understanding of geometric facts and problems can be achieved by fluent knowledge of both languages and the special translation skills.

**Key words:** natural language, nonverbal sign code, multimodal communication, geometry, sketch, understanding

## Введение

Несмотря на то, что диалог учителя с учеником в жизни любого человека играет особую роль, этот вид диалогов сравнительно мало изучен и плохо описан. Одна из причин этого, на наш взгляд, заключается в том, что во время этих диалогов происходит *переключение кодов*. А именно, наряду с естественным языком и связанными с ним невербальными знаковыми кодами, участники диалогов при необходимости переходят на специальные языки, в частности, на языки науки. Не удивительно поэтому, что лингвистику и семиотику интересуют все языки и коды, используемые в диалоге.

Описание языков науки важно не только само по себе; оно помогает также понять природу и механизмы коммуникации вообще. Изучая языки науки, исследователь вскрывает их особенности, определяет их общие и отличительные свойства в сравнении с повседневным языком. Ниже речь пойдёт об одном классе языков науки — о языках геометрии и текстах на них в письменной форме — и их использовании в преподавательской практике.

С геометрией имеют дело не только профессионалы, но и люди, от математики весьма далёкие. Это накладывает на стиль её изложения ряд ограничений и обязательств: ядерные элементы и тексты геометрии должны быть понятны не только математикам, но и более широкому кругу людей. Было бы, однако, ошибкой думать, что с развитием геометрии всегда учитывались характеристики адресатов её текстов. Фактор адресата, наряду с внутренними потребностями науки, и явился одной из причин появления *разных* языков геометрии.

Мы выделили пять языков геометрии: **естественно-подобный** язык, язык **чертежей**, **формальный**, **координатный** и язык **движений**. Далее речь пойдёт первых двух из них.

Настоящая статья является продолжением серии работ, написанных совместно математиком и лингвистом (см. Литературу). В центре статьи лежат природа и механизмы понимания текстов, прежде всего научных. Аналогичные вопросы рассматривались в целом ряде исследований, причём как лингвистических, так и междисциплинарных. См. Гладкий 1997; Гладкий, Крейдлин

1991; Звонкин 1990; Корельская, Падучева 1978; Крейдлин, Шмелёв 1989, 1994; Манин 1977, 2008; Падучева 1974; Пеньковский 2005.

## 1. Языки геометрии и их место среди языков математики

Рассматриваемые нами геометрические тексты конструируют пространство и преобразуют его. Для них характерны панхрония (независимость от времени), утвердительная модальность предложений и культурная универсальность; кроме того, в них встречаются невербальные знаки разной природы. Некоторые из таких знаков закреплены в качестве обозначений фиксированных объектов. Так, в геометрических текстах принято обозначать основные объекты латинскими буквами (точки — заглавными; прямые, окружности и т. д. — строчными), а буква  $\pi$  служит стандартным именем отношения длины окружности к её диаметру. В этих текстах имеются также значки начала и конца доказательств (например, ◀▶ обрамляет тексты доказательств, а ■ ставится в конце доказательства). Существуют общепринятые (часто национально- или культурно-специфичные) соглашения<sup>1</sup> об использованиях определённых шрифтов (фонтов) в формулировках теорем, соглашения об аббревиатурах и др.

## 2. Естественно-подобный язык планиметрии

### 2.1. Лексика и грамматика естественно-подобного языка геометрии

Из всех языков геометрии естественно-подобный наименее формализован. Его лексику составляют определённые слова и словосочетания естественного языка, а также единицы, которые являются вокабулами и лексемами словарей математических терминов. Из слов русского языка в естественно-подобный язык геометрии попадают только те, которые хорошо сочетаются с математической лексикой. Например, в него не входят экспрессивно окрашенные слова, глаголы, выражающие коммуникативное поведение человека, жестовые фразеологизмы (Крейдлин 2002) и единицы ряда других лексических и семантических классов. С другой стороны, в лексику этого языка входят как всем известные со школы слова и словосочетания *катет*, *медиана*, *параллелограмм*, *вписать окружность* и т. п., так и единицы *поляр*, *чевиана*, *инвертировать* и пр., не входящие в стандартный школьный язык.

Можно отметить также особенность сочетаемости некоторых слов, омонимичных лексемам бытового русского языка или полисемичных им. Так, можно сказать *опустить высоту* (даже на боковую сторону треугольника!),

<sup>1</sup> По всей видимости, в явном виде нигде не сформулированные.

но не *\*опустить медиану*. У равнобедренного треугольника выделяют *основание* и *боковые* стороны, причём, вопреки сложившемуся словоупотреблению, основание может лежать не внизу чертежа. Существует словосочетание *вертикальные углы*, но нет сочетания *\*вертикальный угол*.

Словообразовательный потенциал геометрических терминов, вообще говоря, уже, чем у слов той же части речи бытового языка. Так, не образуются прилагательные от существительных *катет*, *гипотенуза*, *окружность*; нет кратких форм у прилагательных *равносторонний*, *квадратный*; редки сложные слова и общепринятые аббревиатуры (одно из немногих исключений — аббревиатура ГМТ, означающая Геометрическое Место Точек).

Переходя к характеристике грамматики, начнём с морфологии. Она достаточно бедная: нет, например, морфологических показателей категорий уменьшительности и ласкательности: нельзя сказать *\*гипотенузка* или *\*равнобедрененький*. Основные содержательные типы фраз этого языка панхроничны, а потому глаголы в них не содержат временных маркеров, таких, как суффикс прошедшего времени *-л*; невозможны в них и аналитические временные формы вроде *\*были перпендикулярны*.

Что касается синтаксиса, то он устроен сложным образом. Это относится и к общим закономерностям синтаксической структуры отдельных фраз, и к принципам словосочетания и словорасположения в синтаксических конструкциях. Речь, в частности, идёт о правилах сочетаемости единиц внутри группы терминов (например, согласно одному из таких правил *\*опустить катет* сказать нельзя, а *опустить перпендикуляр* можно) и о правилах сочетаемости терминов с «обычными» словами русского языка (так, одно из таких правил должно разрешать словосочетание *неравенство треугольника* и запретить *\*неравенство окружности*). Правила порядка слов в предложениях естественно-подобного языка геометрии должны обеспечить правильность словорасположения любого из терминов относительно всех остальных слов в предложении. Например, порядок расположения идущих друг за другом кванторных групп с разноимёнными кванторами в составе одного предложения менять без изменения исходного смысла нельзя. Так, предложение *Каков бы ни был треугольник, существует вписанная в него окружность* не синонимично предложению *Существует окружность, вписанная в любой треугольник* (одно из предложений истинно, а другое ложно).

## 2.2. Достоинства и недостатки естественно-подобного языка геометрии

К достоинствам естественно-подобного языка геометрии относится то, что он строится на базе обычного естественного языка, а потому при восприятии геометрических текстов у адресата создаётся психологически приятное ощущение, что они ему понятны. Во многих случаях, однако, такое впечатление иллюзорно, поскольку понимание геометрического текста требует, как минимум, нетривиальных когнитивных операций над ним (см. Крейдлин, Шабат

2011, 2012а) и знания всех входящих в него математических терминов. Ещё одно достоинство текстов на этом языке заключается в том, что они допускают переводы на иностранные естественно-подобные языки, при этом термины переводятся автоматически в силу их интернационального характера.

Из недостатков рассматриваемого языка отметим относительную бедность языковых средств выражения нужных смыслов и ограниченность той предметной области, которую он обслуживает.

Важнейшим его отличием от бытового языка является явная нацеленность на формулировку истин. Между тем, как хорошо известно, на обычном естественном языке люди свободно и охотно выражают не только истинные, но и ложные суждения. Таким образом, естественно-подобный язык — это не простое сужение естественного языка, дополненное некоторыми специальными терминами: из всех нарративных текстов отбираются те, утверждениям в которых можно по определённым правилам приписать истинностные значения. Нацеленность на истинность предполагает точность и однозначность выражения, поэтому основные тексты геометрии, в которых имеет место синтаксическая или лексическая неоднозначность, подлежат обязательному исправлению, цель которого — уничтожить замеченную неоднозначность.

Ещё одним недостатком рассматриваемого языка является то, что он хуже других языков геометрии поддаётся компьютерной обработке: ведь степень его формализации пока ещё минимальна.

Особую проблему составляет **именование** геометрических объектов и предикатов. Важным свойством рассматриваемого языка геометрии является отсутствие в нём собственных имён и глаголов действий с одушевлёнными субъектами. Различение объектов здесь обычно происходит при помощи местоимений типа *один-другой, первый-второй-третий* и т. п. Впрочем, в основные тексты, написанные на естественно-подобном языке, могут входить разные «вкрапления», и этим они несколько не отличаются от текстов, написанных на обычном русском языке. В русских текстах возможны латинизмы, галлицизмы, германизмы и т. п., слова на иностранных языках, а также единицы невербальных знаковых систем самого разного вида. К таким единицам относятся знаки препинания, разнообразные стрелки, косые чёрточки (так называемые *слэши*), скобки и многие другие знаки.

Заметим, что на сегодняшний день остаётся совершенно не изученной проблема описания употреблений собственных имён в геометрических и, шире, в произвольных математических текстах. Мы бы хотели привлечь внимание читателя к этой важной проблеме.

### 2.3. Выразимость естественно-подобного языка

Под *выразимостью языка* мы понимаем возможность представить на нём все утверждения о референтной предметной области идиоматичным образом. Далеко не все теоремы геометрии хорошо выразимы на естественно-подобном языке. Например, сформулировать теорему Эйлера  $d^2 = R^2 - 2Rr$ , связывающую

радиусы окружностей, описанной около произвольного треугольника ( $R$ ) и вписанной в него ( $r$ ), с расстоянием ( $d$ ) между их центрами, если и можно, то с большим трудом. Описание класса геометрических утверждений, выражимых на естественно-подобном языке, представляет собой важную и до сих пор открытую междисциплинарную проблему.

### 3. Язык планиметрических чертежей

#### 3.1. Общие замечания

Особенностью текстов на естественно-подобном языке геометрии является то, что за ними часто стоят понятия, трудно выражимые на этом языке. Поэтому для их объяснения приходится прибегать к другим языкам геометрии и текстам на них, в частности, к языку планиметрических чертежей. Обратим внимание на то, что слово *язык* здесь используется в переносном смысле, обозначая знаковую систему, причём преимущественно невербального характера. Как и во многих других случаях, когда рассматривается определённая вербальная семиотическая система (естественно-подобный язык геометрии) и функционирующая параллельно с ней невербальная семиотическая система (язык чертежей), возникает проблема их согласования. В подобных случаях А. А. Реформатский (Реформатский 1963) говорил о *конгруировании* таких систем в коммуникативных актах.

#### 3.2. Основные единицы языка планиметрических чертежей

Понятие планиметрического чертежа основано на неопределяемых понятиях *точки* и (евклидовой) *плоскости* — множества точек. Под *геометрическим объектом* в планиметрии понимается подмножество плоскости из некоторого фиксированного класса. Этот класс состоит из элементарных геометрических объектов:

- прямые, лучи, отрезки;
- окружности и дуги окружностей;
- подмножества плоскости, *ограниченные*<sup>2</sup> перечисленными объектами

и сложных, получаемых применением операций пересечения, объединения и дополнения к элементарным объектам.

Важным свойством языка чертежей является отсутствие в нём чисел. Поэтому в нём не выражаются длины отрезков и дуг, площади фигур и величины

---

<sup>2</sup> Строгое определение понятия подмножества плоскости, ограниченного набором прямых, лучей, отрезков, окружностей и их дуг, опирается на некоторый достаточно сложный топологический аппарат. Поэтому мы соответствующее определение не приводим.

углов. Однако в нём есть особые средства, позволяющие передать равенства длин и углов (но не площадей!), см. об этом ниже.

Изображения объектов, ограниченных наборами отрезков или дуг, по правилам языка *заштриховываются* (или, в случае использования цвета, *закрашиваются*). Штриховка и цвет являются важными дополнительными семиотическими средствами при построении чертежа. Чертёж может также сопровождаться обозначениями объектов и подписью на специальном языке. Изображение объектов, не содержащихся ни в каком круге<sup>3</sup> — например, внутренней области угла, — требует специальных соглашений. В частности, вводится соглашение о том, что внутренняя область угла заштриховывается или закрашивается.

### 3.3. Планиметрические чертежи и их естественно-языковые аналоги

В планиметрии с эллинистических времён сложилось другое понятие чертежа, а именно под чертежом понимались только те изображения геометрических объектов, которые теоретически могут быть построены *циркулем и линейкой*. При этом под *линейкой* понималось произвольное средство проведения прямых (линейка без делений), а под циркулем — любое средство проведения окружностей и дуг окружностей.

Бурное развитие компьютерных технологий расширило представление о чертежах, фактически оставшееся неизменным в течение более 2000 лет. Со времён Евклида планиметрические чертежи были *статическими*; сегодня всё чаще встречаются *динамические* чертежи, то есть допускающие *компьютерную анимацию*. Под анимацией, согласно Википедии, понимается «компьютерная имитация движения с помощью изменения (и перерисовки) формы объектов или показа последовательных изображений с фазами движения». Таким образом, динамические чертежи перенесли фокус внимания с вещей на процессы<sup>4</sup>. Кроме того, многие чертежи становятся цветными, и цвет играет в них не только эстетическую, но и смыслообразующую роль: различие в цветах дифференцирует объекты или их свойства.

В языке чертежей могут использоваться шрифтовые средства (типы, размеры и жирность шрифтов) и специальные знаки, например, разного вида стрелки или маркеры равных отрезков и углов.

В нём имеются аналоги некоторых грамматических классов слов. Так, аналогами существительных являются перечисленные выше имена элементарных

<sup>3</sup> К сожалению, такие объекты математики тоже называют *неограниченными*. В разделе 3.2 мы употребили выражение *ограниченные прямыми, лучами...*, в котором предикат *ограниченные* имеет две валентности — ‘что ограничено чем’. Другими словами, мы имеем дело здесь с полисемией слов *ограниченный* и *неограниченный*.

<sup>4</sup> Подчеркнём, однако, что инновативная культурная геометрическая продукция не препятствует консервации классических статических форм.

геометрических объектов (например, вершины треугольника  $ABC$ ), а вот аналогов прилагательных нет. Это не удивительно, поскольку прилагательное выражает свойство или признак объекта. Зато есть аналоги именных групп прилагательных с существительными. Это определённого вида чертежи, возможно, с некоторыми дополнительными средствами. Например, сочетание *прямой угол* передаётся чертежом:

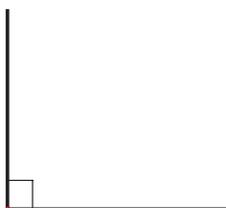


Рис. 1

Что касается предикатов — глаголов и кратких прилагательных, — то их непосредственных аналогов в языке чертежей нет, однако есть аналоги предикатных групп и более развёрнутых фраз. Приведём примеры некоторых из них.

В языке планиметрии есть несколько синонимичных выражений, передающих одно и то же отношение между точками и прямыми: *Точка лежит на прямой*, *Точка расположена на прямой*, *Прямая проходит через точку*, *Прямая проведена через точку*. В профессиональной математике для передачи этого отношения используется слово *инцидентность*. Говорят, имея в виду одно и то же, *Прямая инцидентна точке*, *Точка инцидентна прямой*, *Точка и прямая инцидентны*.<sup>5</sup> Инцидентность передаётся следующим чертежом:



Рис. 2

Ещё одна глагольная группа — это *лежать внутри*.<sup>6</sup> В роли подлежащего у фраз с этой глагольной группой может выступать имя любого ограниченного геометрического объекта, а в роли дополнения — имя любого элементарного геометрического объекта. На языке чертежей отношение *лежать внутри* может выражаться так:

<sup>5</sup> Говорить об инцидентности точки и отрезка, а также точки и луча в математике не принято.

<sup>6</sup> О точке, лежащей на границе геометрического объекта, не говорят, что она *лежит внутри* него.

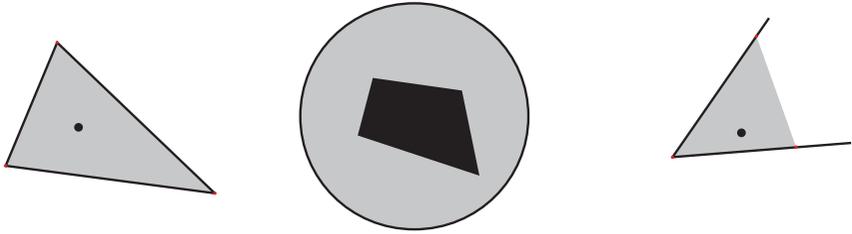


Рис. 3

Приведём пример более сложного выражения на языке чертежей, а именно изображения *середины* отрезка.

Есть два синонимичных способа такого изображения. Первый из них известен со школы:

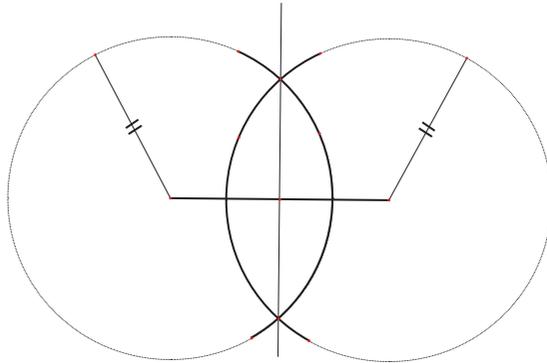


Рис. 4

На этом чертеже с помощью циркуля и линейки построена середина горизонтального отрезка.

Второй способ такой:

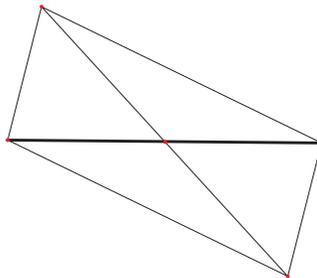


Рис. 5

На этом чертеже отрезок, середина которого строится, является диагональю вспомогательного параллелограмма. Как известно, другая диагональ делит исходный отрезок (изображённый на чертеже жирно) пополам.

При втором способе построения середины отрезка используются только прямолинейные объекты, и в этом мы видим его преимущество перед первым способом. Обратим внимание на то, что в каждом из способов построения участвуют вспомогательные геометрические объекты: в первом случае — это окружности равных радиусов с центрами в концах отрезка, а во втором — параллелограмм с горизонтальным отрезком в качестве одной из его диагоналей.

Проверка *корректности* обоих построений с использованием исключительно языка чертежей невозможна без дополнительных соглашений. Дело в том, что в обоих способах построения неявно участвует квантор общности, который на языке чертежей без таких соглашений не выражается. На языке статической геометрии квантор общности передаётся при помощи построений двух или более *объектов неспециального вида*<sup>7</sup>.

Корректность построения середины отрезка передаётся чертежами так:

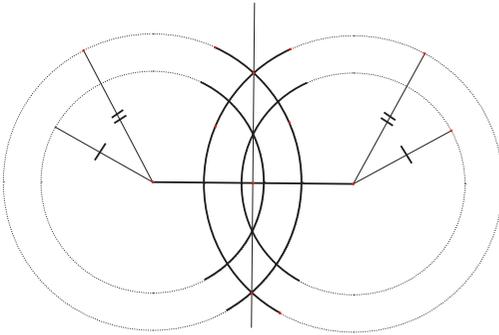


Рис. 6

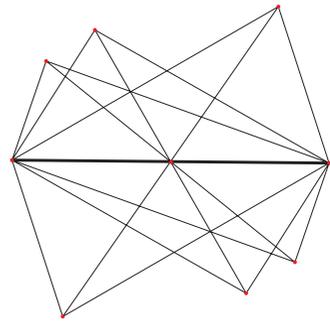


Рис. 7

На этом мы заканчиваем сопоставление двух языков геометрии. За пределами работы остался целый ряд важных проблем, связанных с языком чертежей и его соотношением с естественно-подобным языком, а также с выбором этих языков при коммуникации. Это (а) описание основных лингвистических коррелятов разных уровней, то есть чертежей — аналогов слов, словосочетаний, предложений и текстов; (б) определение некоторых когнитивных операций над чертежами, в частности, выделение значимых фрагментов чертежей; (в) введение особых средств выражения на языке чертежей коммуникативной организации предложений и текстов (среди таких средств — цвет и анимация); (г) разные аспекты, связанные с проблемой переводимости с естественно-подобного языка геометрии на язык чертежей и обратно.

<sup>7</sup> О понятиях *объект специального вида* и *объект неспециального (общего) вида* см. Крейдлин, Шабат 2011.

### 3.4. Выразимость языка чертежей

В данном разделе мы обсудим возможность отобразить на чертеже важнейшие слова и конструкции (синтаксические группы) естественно-подобного языка планиметрии.

Все имена, обозначающие основные геометрические объекты и их части (например, *сторона треугольника*), легко выразимы на языке чертежей, поскольку такие знаки, как *треугольник*, *круг*, *квадрат* и т. п., входят в основной языковой и культурный фонд современного человека. То же можно сказать и о таких синтаксических группах, как *остроугольный треугольник*, *четырёхугольник с взаимно перпендикулярными диагоналями*, *описанная около равнобочной трапеции окружность*. Особенностью выражения всех подобных имён на языке чертежей является то, что они не требуют применения дополнительных средств.

Что касается предикатов естественно-подобного языка планиметрии, то они подразделяются на несколько групп в зависимости от того, требует ли их изображение дополнительных средств, и, если требует, то каких. Примером предиката, не требующего никаких дополнительных средств, является предикат *быть инцидентным*, о котором мы говорили выше. Ещё двумя примерами предикатов той же группы являются *касаться* (в разных значениях):

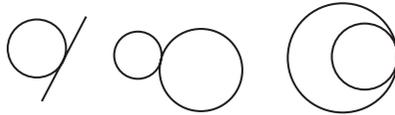


Рис. 8

и *пересекаться* (тоже в разных значениях):

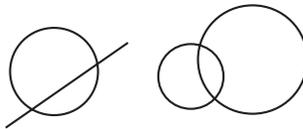


Рис. 9

Изображение предиката *параллелен* в планиметрии опирается на общепринятое соглашение, по которому параллельность определяется «на глаз». Так, чертёж



Рис. 10

выражает параллельность прямых и читается<sup>8</sup> однозначно: *две прямые параллельны*. Вычерчивание большинства остальных предикатов предполагает использование дополнительных средств.

Язык чертежей плохо приспособлен для выражения основных логических связей — конъюнкции, дизъюнкции и отрицания, а о выразимости кванторных конструкций можно сказать следующее. Конструкции с квантором общности с некоторым усилением выразимы на языке статических чертежей. Например, для передачи на этом языке чертеже теоремы *три медианы любого треугольника пересекаются в одной точке* можно построить некоторое достаточно большое количество непересекающихся треугольников, каждый из которых иллюстрирует данную теорему:



Рис. 11

Квантор общности прекрасно выразим на языке динамических чертежей, в которых, например, разные треугольники включаются в семейства треугольников, непрерывно перемещающихся по экрану компьютера.

Квантор существования и синтаксические конструкции с ним в языке чертежей выразимы всегда. Дело в том, что геометрия — наука конструктивная. Иными словами, все объекты, существование которых утверждается, допускают построение на плоскости (как правило, при помощи циркуля и линейки в конечное число шагов), которое следует точно сформулированному алгоритму. Как следствие, все построенные геометрические объекты видны на бумаге или на экране компьютера.

Таким образом, одни геометрические тексты на языке чертежей выразимы, а другие — нет. Однако все они выразимы комбинацией языка чертежей с другими языками геометрии, в частности, с естественно-подобным и формальными языками. Уже одно это свидетельствует о важности изучения механизмов взаимодействия разных языков при синтезе и анализе математических текстов, а также в актах коммуникации.

## Заключение

Как и в предыдущих наших работах, посвящённых разнообразным проблемам соотношения гуманитарного и естественнонаучного знания, в основе

---

<sup>8</sup> Имеется в виду «читается без использования дополнительных средств — обозначений (которых в рассматриваемых здесь языках вообще нет), цвета, шрифтовой разметки, графических выделений и др.»

настоящей статьи положены концепты порождения и понимания, математических фактов и текстов.

Выше мы описали два языка геометрии — естественно-подобный и планиметрических чертежей. Поскольку оба языка предназначены для обслуживания одной предметной области, возникают различные вопросы об их соотношении. В частности: *Какой из них предпочтительнее для описания того или иного фрагмента данной области? Какой язык лучше понимается и почему?* К ним примыкают вопросы, связанные с переводимостью с одного языка на другой.

Что касается предпочтительности, то мы утверждаем: наилучшее изложение и понимание геометрического текста достигается комбинацией языков. Как и в устной повседневной коммуникации, сочетание вербального и невербального знаковых кодов в письменных математических текстах даёт наилучший эффект. Этому во многом способствует хорошая выразимость геометрических фактов на невербальном языке чертежей.

Основная часть настоящей статьи была посвящена анализу структуры и содержания геометрических текстов. Полное понимание текстов, транслируемых в математической среде, не сводится, однако, к знанию только лексики и грамматики — такое понимание невозможно без учёта прагматики текстов, в частности, особенностей их функционирования и восприятия разными адресатами. Адекватное понимание предметной области всегда достигается рассмотрением её с разных сторон. Важнейшими такими сторонами являются языки, пригодные для её описания. Как удачно выразился Ноа бен Шиа, «Понимание — это жизнь в доме, где из каждой комнаты открывается свой вид»<sup>9</sup>.

## Литература

1. *Вежбицкая 1996* — А. Вежбицкая. Язык. Культура. Познание. Москва, 1996.
2. *Гладкий 1997* — А. В. Гладкий 1997. О значении союза ЕСЛИ. Семиотика и информатика, вып. 35. Москва, 1997, 153–183.
3. *Гладкий, Крейдлин 1991* — А. В. Гладкий, Г. Е. Крейдлин. Математика в гуманитарной школе. Математика в школе, 1991. № 6, 6–9.
4. *Звонкин 1990* — А. К. Звонкин. Абстракции с языковой поддержкой. В сб. «Язык и структура знания». Москва, 1990, 86–95.
5. *Корельская, Падучева 1978* — Т. Д. Корельская, Е. В. Падучева. Обратная теорема (алгоритмические и эвристические процессы мышления). Москва, 1978.
6. *Крейдлин 2002* — Г. Е. Крейдлин. Невербальная семиотика: язык тела и естественный язык. Москва, 2002.
7. *Крейдлин, Шабат 2007* — Г. Е. Крейдлин, Г. Б. Шабат. Теорема как вид текста: когнитивные операции и понятность. Вестник РГГУ, 8. Москва, 2007, 102–112.

<sup>9</sup> Ноа бен Шиа «Иаков Пекарь: Простая мудрость для сложного мира». М., 2007: «Рипол-классик», с. 141.

8. *Крейдлин, Шабат 2011* — Г. Е. Крейдлин, Г. Б. Шабат. Теорема как вид текста II. Когнитивные операции над формулировками теорем. Вестник РГГУ, 11. Москва, 2011, 241–270.
9. *Крейдлин, Шабат 2012a* — Г. Е. Крейдлин, Г. Б. Шабат. Когнитивные операции на пути к пониманию текста. Präsens. Сборник научных трудов. Москва, 2012, 251–265.
10. *Крейдлин, Шмелёв 1989* — Г. Е. Крейдлин, А. Д. Шмелёв. Языковая деятельность и решение задач. Математика в школе, 1989. № 3, 39–45.
11. *Крейдлин, Шмелёв 1994* — Г. Е. Крейдлин, А. Д. Шмелёв. Математика помогает лингвистике. Москва, 1994.
12. *Манин 1977* — Ю. И. Манин. Человек и знак. Природа, 1977, № 5, 150–152.
13. *Манин 2008* — Ю. И. Манин. Математика как метафора. Москва, 2008.
14. *Падучева 1974* — Е. В. Падучева. О семантике синтаксиса. Материалы к трансформационной грамматике русского языка. Москва, 1974.
15. *Пеньковский 2005* — А. Б. Пеньковский. Загадки пушкинского текста и словаря. Опыт филологической герменевтики. Москва, 2005.
16. *Реформатский 1963* — А. А. Реформатский. О перекодировании и трансформации коммуникативных систем. В кн. «Исследования по структурной типологии». Москва, 1963, 208–215.
17. *Шабат 2008* — Г. Б. Шабат. О симметрии в формулировках теорем. В сб.: «Лингвистика для всех. Летние лингвистические школы 2005 и 2006». Москва, 2008, 203–218.

## References

1. *Verzhbitskaja 1996* — Verzhbitskaja A. Jazyk. Kul'tura. Poznanie. Moskva, 1996.
2. *Glalkij 1997* — Glalkij A. V. 1997. O znachenii sojuza ESLI. Semiotika I informatika, vyp. 35. Moskva, 1997, 153–183.
3. *Glalkij, Krejdlin 1991* — Glalkij A. V., Krejdlin G. E. Matematika v gumanitarnoj shkole. Matematika v shkole, 1991. № 6, 6–9.
4. *Zvonkin 1990* — Zvonkin A. K. Abstaktsii s jazykovoju podderzhkoju. V sb. «Jazyk I struktura znanija». Moskva, 1990, 86–95.
5. *Korel'skaja, Paducheva 1978* — Korel'skaja T. D., Paducheva E. V. Obratnaja teorema (algoritmicheskie I evristicheskie protsessy myshlenija). Moskva, 1978.
6. *Krejdlin 2002* — Krejdlin G. E. Neverbal'naja semiotika: jazyk tela I estestvennyj jazyk. Moskva, 2002.
7. *Krejdlin, Shabat 2007* — Krejdlin G. E., Shabat G. B. Teorema kak vid teksta: kognitivnye operatsii I poniatnost'. Vestnik RGGU, 8. Moskva, 2007, 102–112.
8. *Krejdlin, Shabat 2011* — Krejdlin G. E., Shabat G. B. Teorema kak vid teksta II: kognitivnye operatsii nad formulirovkami teorem. Vestnik RGGU, 11. Moskva, 2011, 241–270.
9. *Krejdlin, Shabat 2012a* — Krejdlin G. E., Shabat G. B. Kognitivnye operatsii na puti k ponimaniju teksta. Präsens. Sbornik nauchnyh trudov. Moskva, 2012, 251–265.

10. *Krejdlin, Shmelyov 1989* — Krejdlin G. E., Shmelyov A. D. Jazykovaja dejatel'nost' I reshenie zadach. Matematika v shkole, , 1989. № 3, 39–45.
11. *Krejdlin, Shmelyov 1994* — Krejdlin G. E., Shmelyov A. D. Matematika pomogaet lingvistike. Moskva, 1994.
12. *Manin 1977* — Manin Yu. I. Chelovek I znak. Priroda, 1977, № 5, 150–152.
13. *Manin 2008* — Manin Yu. I. Matematika kak metafora. Moskva, 2008.
14. *Paducheva 1974* — Paducheva E. V. O semantike sintaksisa. Materialy k transformacionnoj grammatike russkogo jazyka. Moskva, 1974.
15. *Pen'kovskij 2005* — Pen'kovskij A. B. Zagadki pushkinskogo teksta i slovaria. Opyt filologicheskoy germenevtiki. Moskva, 2005.
16. *Reformatskij1963* — Reformatskij A. A. O perekodirovanii i transformatsii komunikativnyh sistem. V kn. "Issledovanija po strukturnoj tipologii". Moskva, 1963, 208–215.
17. *Shabat 2008* — Shabat G. B. O simmetrii v formulirovkah teorem. V sb.: "Lingvistika dlja vseh. Letnie lingvisticheskie shkoly 2005 i 2006". Moskva, 2008, 203–218.